FES impuls

Mindeststandards im Fach Mathematik

Ein Plädoyer für ihre Definition und ein Vorschlag für die Umsetzung

AUF EINEN BLICK

Etwa 20 Prozent der 15-jährigen Jugendlichen in Deutschland verfügen nicht über grundlegende mathematische Kompetenzen und sind so kaum auf das Lernen in einer weiterführenden Schule, auf eine berufliche Ausbildung oder allgemein auf eine selbstbestimmte gesellschaftliche Teilhabe vorbereitet. Vor diesem Hintergrund wird von verschiedenen Seiten ein bildungspolitischer Fokus auf die Vermittlung „basaler Kompetenzen" oder Mindeststandards gefordert. Anhand von zwei Teilbereichen der Mathematik hat eine Kommission mit Expert_innen aus Bildungswissenschaft und Fachdidaktik im Auftrag der Friedrich-Ebert-Stiftung Empfehlungen für die exemplarische Identifikation entsprechender Standards vorgelegt.

1 MATHEMATISCHE KOMPETENZEN UND MINDESTSTANDARDS

Mathematische Kompetenzen haben schon immer eine wichtige Rolle gespielt, doch ihre Bedeutung hat – gerade auch im Zuge der fortschreitenden Digitalisierung – in den vergangenen Jahrzehnten noch einmal hinzugewonnen. Die Allgegenwärtigkeit von Daten verlangt einen guten Umgang mit ihnen und das betrifft nicht nur persönliche Bereiche wie die Einschätzung von Gesundheitsdaten oder finanziellen Investitionen, sondern auch gesamtgesellschaftliche Probleme wie den Klimawandel, die Staatsverschuldung, die globalisierte Wirtschaft oder eine Pandemie (OECD 2018). Entsprechend ist es ein wesentliches Ziel schulischer Bildung und hier speziell des Mathematikunterrichts, die Entwicklung junger Menschen auf ihrem Weg zu mündigen Bürger_innen zu unterstützen, die im persönlichen, beruflichen und gesellschaftlichen Kontext verantwortlich handeln können. Ein wichtiges Element dabei ist, mathematisches Wissen in unterschiedlichen Kontexten anwenden und dieses mathematische Handeln begründen zu können (vgl. u. a. das jeweilige Framework für Mathematik zu PISA 2003, 2012 und 2022 oder die Common Core State Standards Initiative 2010 aus den USA).

Zwischen Anspruch und Wirklichkeit

Internationale und nationale Schulleistungsstudien zeigen allerdings, dass dieses Ziel bislang in Deutschland allenfalls unvollständig erreicht wird (Reiss et al. 2019). So hat hier mehr als ein Fünftel der 15-Jährigen, also Schüler_innen gegen Ende der Sekundarstufe I, große Schwierigkeiten mit den mathematischen Grundkonzepten (Kölm/Mahler 2019; Reinhold et al. 2019). Dieser Anteil konnte seit den ersten Vergleichsstudien vor mehr als 20 Jahren nicht deutlich gesenkt werden (vgl. die entsprechenden Zahlen in Klieme et al. 2001). Es gibt damit eine nicht unerhebliche Zahl von Jugendlichen, die nicht über hinreichende mathematische Voraussetzungen für eine aktive gesellschaftliche Teilhabe verfügen und kaum problemlos in die berufliche Bildung wechseln können. Damit ist mittel- und langfristig eine soziale und berufliche Exklusion zu befürchten. Die Pandemie der vergangenen Jahre hat dieses Problem eher noch einmal verstärkt (vgl. Hammerstein et al. 2021). Hinzu kommt, dass sozioökonomischer Hintergrund und schulische Kompetenzen in Deutschland hoch korrelieren, leistungsschwache Jugendliche also eher aus ohnehin weniger privilegierten und oft bildungsbenachteiligten Familien kommen.

Sicherlich war die Einführung nationaler Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Sekundarstufe I (Kultusministerkonferenz 2003, 2004) als ein Schritt gedacht, auch diese Gruppe beim Kompetenzerwerb zu unterstützen. Es scheint allerdings, als würden die formulierten Regelstandards – auch die für den Hauptschulabschluss bzw. den Ersten Schulabschluss (KMK 2022) – nicht für alle Schüler_innen problemlos erreichbar sein. Der Anspruch dieser Standards und die realen Möglichkeiten des Wissenserwerbs können offensichtlich weit auseinander liegen. Dabei wirken sich Wissenslücken in der Mathematik mit ihrem in weiten Bereichen stringenten Aufbau besonders ungünstig aus. Wenn auf Grundwissen nicht zurückgegriffen werden kann, dann sind die Probleme mit den aktuellen Inhalten noch einmal stärker und die Schüler_innen und fallen weiter zurück. Es gilt entsprechend, diese Lücken zu identifizieren und in der konkreten Arbeit zu adressieren. Fraglos muss es erklärtes Ziel der schulischen Bildung bleiben, die erschreckend große Zahl der hier betroffenen Schüler_innen zu reduzieren.

Mindeststandards als Ergänzung der Bildungsstandards

Wie kann dieses Ziel erreicht werden? Wie kann es gelingen, mehr Jugendliche mit dem notwendigen mathematischen Wissen und mathematischen Fähigkeiten auszustatten, um eine angemessene Teilhabe im beruflichen und privaten Bereich zu ermöglichen? Ein wesentlicher erster Schritt hierfür dürfte sein, ein solches mathematisches Basiswissen zunächst zu identifizieren und für die schulische Vermittlung handhabbar zu machen. Schon in der Expertise zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards (Klieme et al. 2003) fand sich die Forderung nach Ausweisung von Mindeststandards und damit nach einem klaren Basiswissen, das weniger durch fachliche Überlegungen definiert werden kann als eher über Möglichkeiten zur gesellschaftlichen Teilhabe. Gefordert wurde insbesondere, dass solche Mindeststandards für alle Beteiligten und damit für Lehrkräfte genauso wie für Eltern und Schüler_innen transparent und nachvollziehbar sein sollten (Klieme et al. 2003). Es ist sicherlich lohnenswert, diese Idee noch einmal aufzunehmen und den Ansatz zu verfolgen, der in anderen Ländern durchaus umgesetzt wurde (D-EDK 2014). Es sei explizit angemerkt, dass dabei keinesfalls die regulären Standards abgesenkt werden sollten. Die Kultusministerkonferenz (2022) hat sich mit der kürzlichen Überarbeitung von Bildungsstandards klar und nachvollziehbar für die Beibehaltung von Regelstandards ausgesprochen. Es geht also ausschließlich um die konsequente Förderung einer Gruppe junger Menschen, die mehr und gezieltere Hilfe brauchen, um ihren Weg in die Gesellschaft zu finden. In der Realität wird es immer Schüler_innen geben, die wie auch immer formulierte Mindeststandards nicht erreichen. Es gilt ganz schlicht, ihren Anteil in Deutschland zu senken. Gut wäre es schon, wenn wie etwa in Dänemark, Polen oder Finnland um die 15 Prozent der Schüler_innen unterhalb dieser Marke liegen würden. Erstrebenswert und nicht unrealistisch sind sicherlich zehn Prozent – eine Zahl, die in der PISA-Studie 2018 in Estland erreicht wird (Reinhold et al. 2019).

Wir sehen das aktuelle PISA-Rahmenkonzept für Mathematik (pisa2022-maths.oecd.org/de) als eine wichtige erste Orientierung an, da es den internationalen Diskurs zu aktuellen Herausforderungen an Bildungssysteme ausdrückt. Die konkreten Inhalte von Mindeststandards müssen allerdings unter Berücksichtigung vieler Faktoren diskutiert und definiert werden. Es gilt, mathematische Wissensbestände, die als unverzichtbar angesehen werden, aus einer eher normativen Perspektive zu erkennen und auf einer empirischen Grundlage im Hinblick auf die Vermittlung zu prüfen. Wir wagen im Folgenden den Versuch, eine solche Diskussionsgrundlage für Mindeststandards zu schaffen. Wir beschränken uns dabei auf zwei wesentliche Inhaltsbereiche der Mathematik, nämlich auf den Umgang mit Zahlen und Operationen sowie auf den Umgang mit Daten und Wahrscheinlichkeit. Der erstgenannte Bereich ist eine Grundvoraussetzung für das Lösen vieler mathematischer Probleme in Alltag und Beruf – und außerdem geeignet, prinzipielle Denk- und Arbeitsweisen des Faches kennenzulernen. Der zweite Bereich steht exemplarisch nicht nur für wesentliche Anwendungen der Mathematik, sondern nimmt auch die damit häufig verbundenen Entscheidungen unter Unsicherheit auf. Damit sind diese beiden Bereiche in besonderer Weise geeignet, den Gedanken der mathematischen Grundbildung (international oft als „literacy“ bezeichnet) zu illustrieren, die Voraussetzung für eine permanente Weiterbildung und damit das lebenslange Lernen ist. Gerade dieser letzte Aspekt scheint in der sich stetig wandelnden Welt unverzichtbar. Beide Bereiche stehen außerdem für Anwendungen der Mathematik in einem breiten gesellschaftlichen Umfeld von der schlichten Arithmetik im Alltag bis hin zu einer Beurteilung der Glaubwürdigkeit von Informationen auf Basis verfügbarer Daten. Die Fokussierung auf diese beiden Bereiche folgt somit einer Auswahl im Sinne einer exemplarischen Beschränkung. Auch für andere Inhaltsbereiche der Mathematik wären Mindeststandards entsprechend zu definieren.

Selbstverständlich funktioniert Schule in Bezug auf Bildungsstandards nicht einfach über die Definition von Kompetenzen. Die Diskussion muss auch beinhalten, in welcher Art und Weise sie umgesetzt werden können. Zu einem Konzept von Mindeststandards gehört damit zwingend die Betrachtung, wie Schule aufgestellt sein muss, um ihren Anforderungen gerecht zu werden. Dieser Aspekt würde hier allerdings zu weit führen. Es sei exemplarisch auf eine Publikation des Nationalen MINT Forums zum MINT-Personal an Schulen verwiesen, in der multiprofessionelle Teams vorgeschlagen werden, in denen Lehrkräfte mit Fachkräften etwa aus Sozialarbeit, Schulpsychologie oder Inklusion kooperieren (Nationales MINT Forum 2022). Gefragt ist hier die Bildungspolitik. Sie sollte darüber hinaus bestehende Bildungsstandards und Curricula daraufhin prüfen, inwiefern sie Mindeststandards hinreichend in den Blick nehmen. Schulen brauchen auf unterschiedlichen Ebenen Unterstützung, wenn (noch) ehrgeizigere Ziele verfolgt werden sollen.

Mindeststandards: Es braucht mehr als die fachliche Perspektive

Will man sicherstellen, dass alle Schüler_innen am Ende ihrer Schulzeit über ein grundlegendes Wissen um mathematische Inhalte, Prozeduren und Anwendungen verfügen, dann müssen auch die Voraussetzungen der Lernenden berücksichtigt werden. Das gilt gerade für Mindeststandards, die ja alle Lernenden erreichen sollen. Es ist empirisch gesichert, dass die Mathematikleistung von Schüler_innen durch zahlreiche unterschiedliche Faktoren beeinflusst wird. Einige dieser Faktoren sind in den individuellen Voraussetzungen der Lernenden begründet und umfassen beispielsweise Aspekte wie sprachliche Kompetenz (Duarte et al. 2011; Heinze et al. 2011), frühe mathematische Kenntnisse (Ennemoser et al. 2011; Krajewski et al. 2008), Gedächtnisleistungen (Hasselhorn/Grube 2006) oder Intelligenz (Neubauer/Stern 2007). Sie alle unterstützen einen erfolgreichen Wissenserwerb. Mit dem Kompetenzbegriff (Weinert 2001) rücken zudem Aspekte wie Motivation, Volition oder Persistenz in den Vordergrund, die im Hinblick auf Selbstregulation und Organisation des Lernens ebenfalls zentral sind (Mandl/Friedrich 2006; Schreblowki/Hasselhorn 2006). Ein barrierefreier Zugang zu Wissen und Kompetenzen erfordert es, diese individuellen Komponenten primär in den Blick zu nehmen und in dieser Perspektive die aus fachlicher Sicht zentralen Inhalte zu bewerten.

Es reicht definitiv nicht, den Blick ausschließlich auf die fachlichen Inhalte zu werfen. Das Was und das Wie sind mit den Bedingungen des Lernens eng verbunden. So prägen soziale Kontexte und der soziale Hintergrund der Lernenden (Ditton 2013; Ditton et al. 2013) ihre Möglichkeiten im Hinblick auf ihre Bildungsaspirationen und ihr (akademisches und berufliches) Selbstkonzept (Feng et al. 2018; Möller/Köller 2004). Bedeutsam sind in diesem Zusammenhang zudem die Ressourcen, über die die Lernenden verfügen. Soziales, kulturelles, aber auch ökonomisches Kapital (Bourdieu 2015) spielen eine entscheidende Rolle, wenn es um Zugang zu verschiedenen Bildungsgängen geht. Ganz grundsätzlich gilt der sogenannte Matthäus-Effekt (Merton 1968), wonach diejenigen besonders von Bildungsprozessen profitieren, die schon eine gute Ausgangslage haben und entsprechendes Vorwissen mitbringen, nach dem Motto: Wer hat, dem wird gegeben.

Einige dieser die Mathematikleistung beeinflussenden Faktoren liegen außerhalb des Einflussbereichs der Schule, andere hingegen können durch gezielte Fördermaßnahmen und die Berücksichtigung von heterogenen Lernvoraussetzungen bei der Unterrichtsplanung konstruktiv und adaptiv angegangen und verändert werden. Lernende mit sprachlich schwachen Voraussetzungen brauchen beispielsweise gezielte Sprachmittel (Pöhler/Prediger 2017; Prediger 2013), um die Anforderungen und Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht bewältigen zu können. Diesbezüglich hat der sprachbewusste Mathematikunterricht in den vergangenen Jahren verschiedene tragfähige didaktische Konzepte erarbeitet und sie hinsichtlich ihrer Wirksamkeit und Praktikabilität überprüft (Dröse/Prediger 2020; Hein 2021; Leiss/Plath 2020; Pöhler/Prediger 2015; Wessel 2015). Sehr deutlich zeigte PISA 2018, dass die Lesekompetenz von Jugendlichen signifikant geringer ist, wenn im häuslichen Umfeld nicht Deutsch gesprochen wird (Weis et al. 2019). Dieses Ergebnis mag nicht überraschen, es wird aber bedeutsam vor dem Hintergrund, dass Deutsch die Unterrichtssprache ist und somit für diese Jugendlichen die meisten Schulfächer – die sich ja auch über das Lesen erschließen – schwerer zugänglich sein dürften. Sprachförderung bedeutet deshalb in der Regel auch eine gezielte Förderung der Unterrichtssprache.

Wie kann man Mindeststandards definieren?

Ziel des vorliegenden Textes ist es, eine Diskussion über Mindeststandards im Fach Mathematik zu initiieren. Sicherlich könnte man das machen, indem man bisherige empirische Ergebnisse von Schulleistungsstudien als Ausgangspunkt nimmt und eine bestimmte Kompetenzstufe zum Mindeststandard erklärt. Ein solches Vorgehen hilft allerdings unseres Erachtens gerade der Bildungspraxis zu wenig, in der die Wege bestimmt werden müssen, wie solche Standards zu erreichen sind. Wir wählen daher bewusst einen anderen Zugang, der aus dem Fach heraus mit Blick auf die Anwendungen beginnt und dann das empirisch gewonnene Wissen einbezieht, sich also zwischen normativer Identifizierung grundlegender Kompetenzen und empirischer Überprüfung bewegt. Darüber hinaus nehmen wir individuelle Faktoren in den Blick. Das Ziel ist es, über entsprechend angelegte Mindeststandards Schüler_innen mit Förderbedarf den Zugang zu soliden mathematischen Grundkompetenzen zu eröffnen und ihnen weitestmöglich ein tragfähiges Verständnis von (durchaus einfachen) mathematischen Verfahren, Begriffen und Grundvorstellungen mitzugeben.

Unser Ansatz unterscheidet sich damit auch vom Vorschlag, den eine Arbeitsgruppe aus der Mathematikdidaktik vor einigen Jahren formuliert hat (Drueke-Noe et al. 2011): Dort ging es um Basiskompetenzen, über die „alle Schülerinnen und Schüler aller Bildungsgänge am Ende der allgemeinen Schulpflicht mindestens und dauerhaft verfügen müssen“ (Drueke-Noe et al. 2011: 8). Wir sind prinzipiell völlig einig mit dem Ziel, erweitern es aber um eine individuelle Komponente, sodass die Bedürfnisse einzelner Schüler_innen noch stärker als Grundlage der unterrichtlichen Arbeit gesehen werden.

Im Fokus stehen zentrale mathematische Themen mit den dafür erforderlichen Prozeduren, Begriffen und Grundvorstellungen, die Lernende am Ende ihrer obligatorischen Schulzeit im Sinne mathematischer Grundkompetenzen erworben haben müssen. Unterstützt werden kann das Verständnis durch Ansätze eines sprachbewussten und fachfokussierten Mathematikunterrichts, durch kulturelle Sensibilität und Wissen um kulturelle Unterschiede in den mathematischen Praktiken, wie beispielsweise den verschiedenen Rechenverfahren, und durch eine klare inhaltliche Fokussierung auf wesentliche mathematische Themen, die für berufliche und für Alltagskontexte unumgänglich sind. Dazu gehören nicht nur Sicherheit bei der Ausführung von grundlegenden Rechenoperationen mit ganzen Zahlen und einfachen rationalen Zahlen und Brüchen, sondern ebenso ein grundlegender Umgang mit Einheiten des Messens oder dem Interpretieren von Daten und Grafiken im Zusammenhang mit Statistik. Auch die Nutzung digitaler Medien, beispielsweise zur Prüfung von Resultaten oder zur Darstellung von Daten, muss einbezogen werden.

Unser Vorschlag konzentriert sich – wie bereits erwähnt – beispielhaft auf zwei inhaltsbezogene Kompetenzbereiche im Sinne der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz, nämlich auf die Leitideen „Zahlen und Operationen“ sowie „Daten und Zufall“. Ausgehend von der Anwendbarkeit mathematischen Wissens, wie sie sowohl in den PISA Rahmenkonzepten (OECD 2013, 2019) als auch in den Bildungsstandards (Kultusministerkonferenz 2004, 2022) als Zielsetzung gesehen wird, fragen wir zum einen anhand von einfachen, aber wesentlichen beruflichen bzw. gesellschaftlichen Anforderungen nach deren mathematischem Gehalt und den zur Bewältigung notwendigen mathematischen Kompetenzen. Zum anderen diskutieren wir anhand von wenigen Aufgabenbeispielen aus dem obligatorischen Unterricht der Schule, welchen mathematischen Kern sie haben, welche Grundvorstellungen (vom Hofe 2003) dafür notwendig sind und inwiefern diese schulischen mathematischen Anforderungen mit den späteren beruflichen übereinstimmen.

Will man ein bestimmtes Wissen und Können darauf prüfen, ob es sich dabei um eine Basiskompetenz handelt, so kann man dazu die folgenden Fragen stellen:

- Ist dieses Wissen und Können essenziell für das Weiterlernen, z. B. in der beruflichen Aus- oder Weiterbildung und in einfachen Standardsituationen?
- Ist dieses Wissen und Können essenziell für ein erfolgreiches Entscheiden oder Handeln in typischen einfachen Standardsituationen in Alltag und Beruf?

Wir stellen diese Fragen in den Mittelpunkt unserer Betrachtungen. Basiskompetenzen definieren sich also insbesondere durch den Blick darauf, was in der nahen und ferneren Zukunft der jungen Menschen an Anforderungen auf sie zukommen wird.

Wir hoffen, so eine gut begründete Diskussionsgrundlage zu geben. Diese werden wir im Folgenden an zwei Beispielen konkretisieren.

2 BEISPIEL LEITIDEE „ZAHLEN UND OPERATIONEN“

Sinntragende Vorstellungen von Zahlen und Rechnen mit ganzen und rationalen Zahlen als Mindeststandard

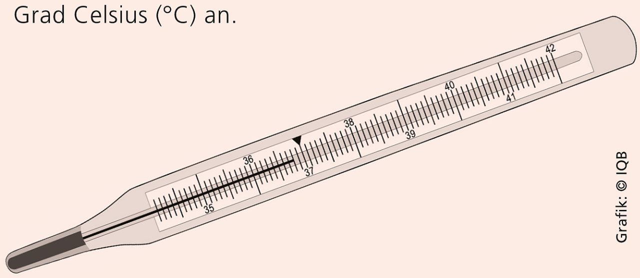
Die Leitidee „Zahlen und Operationen“ in den Bildungsstandards für Sekundarstufe I setzt die gleichlautende Leitidee aus dem Primarbereich fort. Diese Leitidee umfasst unter anderem sinntragende Vorstellungen (Grundvorstellungen) von Operationen, die Nutzung von Kontrollverfahren sowie die sachgerechte Nutzung von Prozent- und Zinsrechnung (Kultusministerkonferenz 2022). Auf den für die mathematische Grundbildung relevanten Kompetenzstufen können Schüler_innen auch im Kontext von Situationen aus dem täglichen Leben Grundoperationen mit natürlichen Zahlen, einschrittige Grundoperationen mit Bruch- oder Prozentzahlen in überschaubaren Realkontexten sowie wenigschrittige Operationen mit Bruchzahlen und Prozenten ausführen (vgl. Blum et al. 2019). Es geht immer darum, die grundsätzlichen Operationen und ihre Anwendungsbereiche zu verstehen. Dazu darf etwa das Zahlenmaterial durchaus einfach sein.

Eine Kompetenz, die zur mathematischen Grundbildung gehört, ist das Rechnen mit ganzen und rationalen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen, aber auch im beruflichen Kontext eine zentrale Rolle spielen. Dies können beispielsweise Maßzahlen von Größen wie Temperatur, Länge, Fläche, Volumen, Masse, Geld und Zeit sein. Dazu können Überschlagsrechnungen relevant sein, die Schüler_innen zur Kontrolle nutzen. Hierzu gehört auch die Fähigkeit, eine einfache Überschlagsrechnung auszuwählen.

Entsprechende Mathematikaufgaben, die auf diesen Mindeststandard im Bereich der Leitidee „Zahlen und Operationen“ abzielen, zeigen die folgenden vier Beispiele, die alle dem Aufgabenpool des IQB entnommen sind (https://www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben/ma1). Sie stehen auch dafür, dass schlichte Rechnungen in einem rein mathematischen Kontext genauso wie einfache Anwendungen zum Mindeststandard gehören.

(1) Fieberthermometer

Die Abbildung zeigt ein Fieberthermometer. Die schwarze dicke Linie zeigt die gemessene Körpertemperatur in Grad Celsius (°C) an.



Grafik: © IQB

a) Gib an, wie viel °C die gemessene Körpertemperatur in der Abbildung beträgt.

b) Zu einem anderen Zeitpunkt beträgt die Körpertemperatur 37,9°C. Sie steigt dann um 2,3°C an. Gib an, wie viel °C die Körpertemperatur nach dem Temperaturanstieg beträgt.

Das Beispiel gehört zur grundlegenden Kompetenz des Rechnens mit ganzen und rationalen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen. In der Aufgabe geht es um das Ablesen und Interpretieren von Körpertemperaturen und damit um Maßzahlen. Die in der Aufgabe formulierte Anforderung verlangt von den Schüler_innen ein sinnbezogenes Interpretieren alltagsnaher Darstellungen und das Operieren mit einfachen rationalen Zahlen. Man bemerkt auch: Im Alltag sind rationale Zahlen in Dezimaldarstellung (Dezimalzahlen) weitaus relevanter als die Bruchdarstellung. Grundlagen sind hier das sichere Beherrschen einer Ablesetechnik und Grundvorstellungen, die mit dem dezimalen Stellenwertsystem verbunden sind. Schüler_innen sollen auch auf Fragen antworten können wie: „Was bedeuten die kurzen, mittleren und langen Striche? Wo findet man Zehntelgrade auf der Abbildung? Wie viele Zehntelgrade sind zwischen 37,9 und 38,1 °C?“ Inwiefern Schüler_innen auch einen Bezug zum Alltag herstellen können, zeigen Fragen wie: „Was zeigt das kleine schwarze Dreieck auf dem Thermometer an?“, oder: „Wo ungefähr würde man die Zimmertemperatur finden?“

Im Kontext von Größen, aber auch allgemein, können Schüler_innen Überschlagsrechnungen einerseits zum Abschätzen von Größenordnungen und andererseits zur Kontrolle errechneter Resultate nutzen. Das Ziel einer solchen Überschlagsrechnung ist somit eine Orientierung für die

(2) Überschlagsrechnung

Das Ergebnis von 91 · 88 soll durch eine Überschlagsrechnung im Kopf annähernd ermittelt werden.

Welche Überschlagsrechnung eignet sich dabei am besten?

Kreuze an.

$91 \cdot 88 \approx$

☐ $80 \cdot 80$ ☐ $90 \cdot 90$ ☐ $90 \cdot 80$

☐ $91 \cdot 85$ ☐ $100 \cdot 90$

Größenordnung des Ergebnisses und die Kontrolle der exakten Berechnung.

Diese Situation findet sich genauso im Alltag wie das exakte Rechnen (bei dem dann auch ein Taschenrechner oder ein Smartphone hinzugezogen werden). Bei der Förderung von Basisfähigkeiten kann diese, eine gewisse Flexibilität erfordernde Kompetenz, im Unterricht sicher noch mehr in den Blick genommen werden.

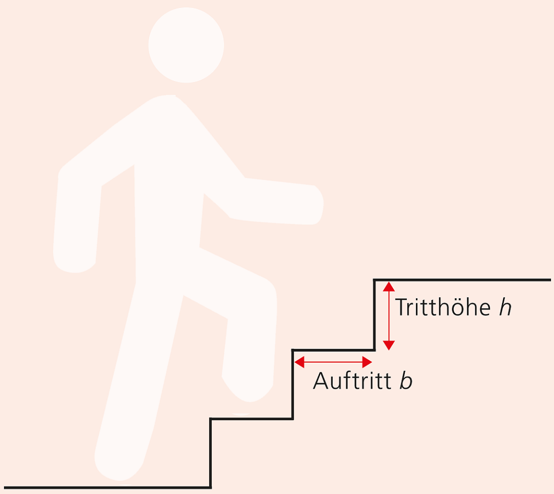
Zur mathematischen Grundbildung gehört die Kompetenz der Interpretation und Überprüfung von Ergebnissen in Sachsituationen. Diese können etwa aus einem beruflichen Umfeld stammen. Ein Beispiel ist diese Aufgabe. Zur Lösung ist die entsprechende Beschäftigung mit dem Sachkontext erforderlich.

Die Aufgabe stellt in zwei Bereichen Anforderungen an Schüler_innen: Zum Ersten müssen Informationen, die an verschiedenen Stellen gegeben werden (Text, zweidimensionale Tabelle, Formel), sinnvoll zusammengeführt und interpretiert werden. Dies ist eine Anforderung, wie sie vor allem im Arbeitsleben, etwa in technischen oder auch in Gesundheits- und Pflegeberufen, immer wieder verlangt wird: Es gilt, mit Informationen über die sich immer schneller verändernde Arbeitswelt erfolgreich umzugehen. Zum Zweiten findet sich in dieser Aufgabe auch eine besondere mathematische Anforderung: die erfolgreiche Nutzung eines Symbolkalküls. Das „Einsetzen in Formeln“ ist dabei der Typus von Denken in Variablen, welches auch auf der Stufe von Mindeststandards nicht übergangen werden kann, auch mit Blick auf das Weiterlernen im beruflichen Bereich.

(3) Treppenmaße

Man muss jeden Tag viele verschiedenartige Treppen überwinden. Damit man das Treppensteigen als angenehm empfindet, orientieren sich Treppenbauer an der folgenden Schrittmaßregel (siehe Abbildung)

Schrittmaßregel: $\boldsymbol{2 \cdot h + b = 63\ \text{cm}}$



In der folgenden Tabelle sind die Maße von zwei Treppen angegeben.

	Treppe 1	Treppe 2
Tritthöhe ***h***	19 cm	12 cm
Auftritt ***b***	44 cm	39 cm

Kreuze jeweils an, ob die Schrittmaßregel erfüllt ist.

Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

	Ja	Nein	Rechnung
Bei Treppe 1 ist die Schrittmaßregel erfüllt.	☐	☐	
Bei Treppe 2 ist die Schrittmaßregel erfüllt.	☐	☐	

(4) Prozentrechnen

a) Berechne 20 % von 80 m ________m

b) Rolf sagt: „In der letzten Mathematikarbeit habe ich 48 von 60 Punkten erreicht. Das sind …… der Gesamtpunktzahl." Welcher der folgenden Prozentsätze muss eingesetzt werden?

Kreuze an.

☐ 12 % ☐ 12,5 % ☐ 48 %

☐ 60 % ☐ 80 %

Ein wichtiger Inhaltsbereich für die mathematische Grundbildung ist die Prozent- und Zinsrechnung. Dazu gehört die sachgerechte Nutzung der Prozentrechnung, wie sie in hier im ersten Teil vorkommt. Darüber hinaus sollte auch eine Vorstellung über Größenordnungen von Prozentangaben entwickelt werden, so wie es der zweite Teil zeigt. Falls hier ohne ein Hilfsmittel wie Taschenrechner gearbeitet werden soll, wäre für die mathematische Grundbildung auch die Wahl einfacherer Zahlenwerte (etwa 40 von 50 Punkten) durchaus vertretbar.

3. BEISPIEL LEITIDEE „DATEN UND ZUFALL"

Bei dieser Leitidee geht es um Inhalte der beschreibenden Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Adressiert werden entsprechend im Wesentlichen der Umgang mit Daten und Unsicherheit. Fraglos ist dieses Teilgebiet der Mathematik von wachsender Bedeutung im privaten, im gesellschaftlichen und genauso im beruflichen Bereich. Diese Kompetenzen zu erwerben ist insbesondere nicht nur wichtig für eine berufliche Weiterbildung, sondern auch zur Sicherung der Rechte und der Entscheidungsfähigkeit der eigenen Person in einer datenbestimmten Welt.

Grundlage ist hier die Fähigkeit, quantitative Informationen aus tabellarischen und grafischen Darstellungen zu entnehmen und zu verstehen, das heißt entsprechend dem Ziel ihre Darstellung angemessen zu interpretieren. Dabei gibt es einige wenige statistische Konzepte, wie die der Verteilung und des Mittelwertes, die so oft im Alltag auftreten, dass sie ebenfalls in einfachen Situationen (z. B. im Zusammenhang mit Geld und Einkommen oder mit Schwankungen bei Wetter und Klima) sinnvoll herangezogen werden müssen. Ein weiterer zentraler Aspekt dieser Leitidee – und sicherlich auch ein bereits herausfordernder – ist der Umgang mit Unsicherheit, z. B. die Frage, welche Informationen sicher sind, welche nicht und wie groß gegebenenfalls der Grad der Unsicherheit ist.

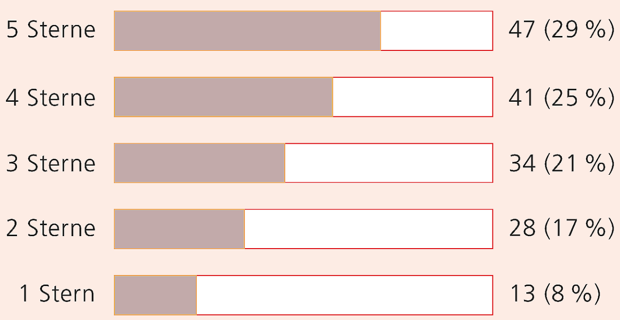
Gerade bei dieser Leitidee ist es nicht leicht, anhand von Bildungsstandards zu definieren, was ein Mindeststandard ist. Die Kompetenzen, die die Bildungsstandards auf den verschiedenen Stufen beschreiben, fordern und erfassen, sind – selbst wenn man sich auf die niedrigsten Anforderungen konzentriert – insgesamt noch zu breit und womöglich auch nicht spezifisch genug, um die angesprochenen minimalen Bildungsziele zu erreichen. Bildung bezogen auf den Umgang mit Daten und Unsicherheit ist entsprechend nicht nur eine Aufgabe des Mathematikunterrichts, sondern muss auch in anderen Fächern in den Blick genommen werden (OECD 2018; Gal 2002).

Der grundlegende Umgang mit Daten

Unsere Sicht auf Basiskompetenzen soll durch die folgende Aufgabe illustriert werden, die an eine der Beispielaufgaben zum PISA-Rahmenkonzept 2021 angelehnt ist (OECD 2018; https://www.pisa.tum.de/fileadmin/w00bgi/www/Beispielaufgaben/Matheaufgaben_Homepage_final.pdf). Wir haben den Text mit Blick auf Mindeststandards angepasst, um die Grundideen besser herausarbeiten zu können Wir orientieren uns dabei wieder an den oben formulierten Leitfragen.

(5) Umgang mit Daten

Andrea sucht in einem Onlinehandel Kopfhörer. Sie hat Kopfhörer gefunden, die ihr gefallen. Sie bemerkt, dass die Gesamtzahl der Bewertungen nur klein ist, aber dass die Kopfhörer viele schlechte Bewertungen bekommen.



durchschnittliche Bewertung
(basierend auf 163 Bewertungen)

Andrea macht sich für alle 1- und 2-Sterne-Bewertungen eine Übersicht über die Gründe:

Grund	Anzahl
Kopfhörer kamen spät an.	13
Kopfhörer kamen niemals an.	4
Das Kabel war beschädigt oder fehlte.	7
Einer oder beide Kopfhörer waren kaputt.	4
Die Verpackung war nicht schön.	5
falsche Bewertung (guter Kommentar schlechte Bewertung)	8

Frage 1
Andrea findet, dass die Bewertungen mit 1 und mit 2 Sternen schlecht sind. Wie viel Prozent aller Bewertungen sind für Andrea schlechte Bewertungen?

Frage 2
Bei welchem prozentualen Anteil aller Bewertungen geht es um die schlechte Qualität des Produktes? (Gib eine genaue oder ungefähre Prozentzahl an und zeige, wie du sie herausfindest).

Frage 3
Andrea schaut sich danach besonders die Lieferprobleme an. Bei welchem prozentualen Anteil der 1- und 2-Sterne-Bewertungen geht es darum, dass das Produkt zu spät oder gar nicht ankommt.

Frage 4
Andrea überlegt, wie wahrscheinlich sie bei einer Bestellung Lieferprobleme haben wird. Wie wahrscheinlich ist es, dass das Produkt spät oder gar nicht ankommt? (Gib deine Antwort als Bruch oder Prozentzahl an.)

Bei der Aufgabe stehen Entscheidungen an, wie sie im Alltag zu treffen sind, und bei denen mathematisches Wissen – nicht nur zum Umgang mit Daten, sondern etwa auch zum Rechnen mit Brüchen und Prozenten – hilft. Insbesondere im beruflichen Kontext kann es sein, dass man aufgefordert wird, bestimmte Informationen zu sichten und darzustellen. In jedem Fall geht es bei der Aufgabe um die grundlegende Fähigkeit, Texte zu lesen, und zwar solche, in denen mathematische Informationen grafisch oder tabellarisch eingebettet sind, sogenannte diskrete Texte. Diese Fähigkeit bestimmt den Alltag in modernen Gesellschaften. Der Umgang mit solchen Texten wird auch als „mathematische Lesefähigkeit" oder „mathematischer Alphabetismus" bezeichnet. Eine besondere Aufgabe des Faches Mathematik ist es dabei, die sprachlichen Bedeutungen zentraler Konzepte im Blick zu behalten, wie z. B. der Begriff „Anteil" oder „prozentualer Anteil" (Pöhler 2018), der deutlich macht, dass es um den Anteil eines Ganzen geht und nicht nur um eine Zahl, mit der man Rechnungen durchführen kann.

Bei Frage 1 müssen zwei Anteile zusammengefasst werden (17 % + 8 % = 25 %), was allerdings nicht durch ein Schlüsselwort wie etwa „zusammen" nahegelegt wird. Im Alltag ist dieses grundlegende Operationsverständnis, das heißt zu erkennen, wann welche mathematische Operation geeignet ist, die Situation zu erfassen, eine zentrale Kompetenz.

Bei Frage 2 (und ähnlich bei Frage 3) muss ein Teil (7+4 „schlechte Qualität") in Bezug zu einem Ganzen (47+41+34+28+13 = 163 „alle Bewertungen") gesetzt werden. Das sind zwei Größen, die erst aus verschiedensten Stellen entnommen und berechnet werden müssen. Will man es exakt wissen, so würde man zum Taschenrechner (oder Smartphone) greifen. Will man es ungefähr wissen, kann man überschlagen (ca. 10 von ca. 150). Im Alltag würde man aber vielleicht feststellen, dass elf Bewertungen ungefähr 6 oder 7 % sind, wenn in der Tabelle 13 Bewertungen 8 % entsprechen. Das setzt das Grundverständnis dafür voraus, dass hier wie in allen Situationen Anzahlen und Anteile zueinander proportional sind: Doppelt so viele Anzahlen entsprechen doppelt so vielen Prozenten.

Frage 4 setzt die Situation in den Kontext von Wahrscheinlichkeiten, es geht um eine Prognose. Die Kompetenz mag anspruchsvoll klingen, ist aber zentral in der heutigen Gesellschaft, in der es sehr oft um Entscheidungen unter Unsicherheit geht. Dabei geht es – wie in diesem konkreten Fall – häufig darum, Anteile von Häufigkeiten zu verstehen: In 21 von 163 Bewertungen kommt die Lieferung zu spät, das ist mehr als ein Zehntel oder 10 %. Will man es exakt wissen, braucht man einen Taschenrechner und die Grundvorstellung, dass ein Anteil durch eine Division bestimmt wird.

Diese Analysen zeigen auf, wie wichtig es ist, zwischen einer wesentlichen Basiskompetenz („Dezimalzahlen auch mit Einheiten vergleichen") oder einer möglicherweise einfachen, aber weniger „zukunftsrelevanten" Fertigkeit („Brüche addieren") zu unterscheiden. Basiskompetenzen können dabei durchaus auch Fertigkeiten sein, z. B. das schnelle Zusammenrechnen von 18 und 7 im Kopf in der ersten Frage. Entscheidend für die Identifikation einer Basiskompetenz sind auch hier die obigen zwei Fragen: Geht es bei einem bestimmten Wissen um eine Grundlage des Verstehens, die Basis für das Weiterlernen oder die Bewältigung von Alltagssituationen ist? Geht es bei einer Fertigkeit darum, zukünftig relevante Lernsituationen oder Alltagssituationen zu bewältigen?

4. DIE ROLLE DER SPRACHE IM HINBLICK AUF MATHEMATISCHE GRUNDBILDUNG: EIN BEISPIEL

Auch in Bezug auf mathematisches Arbeiten ist die Sprache ein zentrales Element. Dabei sind mathematische Begriffe und die Sprache im Rahmen von Kontexten zu unterscheiden. Manche mathematischen Begriffe sind auch für ein Grundverständnis unverzichtbar, sie sollten (sparsam) identifiziert und weitmöglichst vermittelt werden. In der mathematischen Sprache sind aber nicht nur Begriffe bedeutsam. Es geht vielmehr darum, dass mathematische Beziehungen in sprachlicher Formulierung präsentiert werden und diese Beziehungen auch entsprechend verstanden werden können. Daher ist es im Zusammenhang mit mathematischer Grundbildung zentral, dass diese logisch-mathematischen Beziehungen offengelegt und transparent gemacht werden. Der sprachliche Kontext einer Aufgabenstellung bildet eine weitere Ebene. Er kann helfen, mathematisches Verständnis zu bilden, oder aber auch zusätzliche Hürden aufbauen. Wenn es um Mindeststandards geht, dann geht es auch um eine einfache, barrierefreie Sprache. Es gilt, zwischen der Kompetenzorientierung bei einer Aufgabe und den damit verbundenen sprachlichen Anforderungen eine Balance zu finden.

Auch dazu möchten wir ein Beispiel geben. Die folgende Aufgabe wurde im Rahmen der Hinweise und Beispiele zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss (Hamburg) vorgestellt (https://www.hamburg.de/contentblob/3766636/5fff6a2bdcfff1a173bf62e3b0386526/data/hinweise-und-beispiele-zu-den-zentralen-pruefungsaufgaben-im-fach-mathematik.pdf). Sie spiegelt in ihrer ursprünglichen Form sehr gut die Regelanforderungen wider, bei denen mathematisches Wissen in einen realen Kontext und die in diesem Kontext verwendete Sprache eingebettet wird. Für den Mindeststandard bieten sich hingegen sprachliche Anpassungen an.

(6) City Kids Triathlon

In Hamburg gibt es einmal im Jahr den City Kids Triathlon. Im vergangenen Jahr nahmen daran von 3.500 Teilnehmer_innen 1.500 Schüler_innen aus den 1. – 4. Klassen teil, die übrigen Teilnehmer_innen waren aus den 5. – 12. Klassen.

a) Berechne die Anzahl der Teilnehmer_innen aus den 5.–12.Klassen.

Ein_e Teilnehmer_in der 9. Klassen muss zuerst 100 Meter schwimmen. Danach fährt er/sie 4 Kilometer Fahrrad. Am Ende läuft er/sie 1.000 Meter.

b) Berechne die Gesamtlänge der Strecke, die zurückgelegt wird.

c) Nooram aus einer 9. Klasse macht beim Triathlon mit. Sie schafft die Strecke mit dem Fahrrad in 15 Minuten. Ermittle Noorams durchschnittliche Geschwindigkeit beim Radfahren in km/h (Kilometern pro Stunde).

Für Schüler_innen mit Lernschwierigkeiten und/oder sprachlich ungünstigen Voraussetzungen stellen sich fachliche und sprachliche Hürden. Mit der folgenden Version könnte man sie abbauen und auch die rechnerischen Anforderungen absenken, ohne den prinzipiellen mathematischen Gehalt zu ändern.

(7) Wettbewerb: Schwimmen, Laufen, Radfahren

Es nehmen 3.500 Kinder und Jugendliche teil.

a) Aus den Klassen 1 bis 4 nahmen 1.500 Kinder teil. Wie viele Kinder und Jugendliche waren es aus den Klassen 5 bis 12?

b) Tom aus der 9. Klasse schwimmt 100 Meter, fährt dann 4 Kilometer Fahrrad und läuft zum Schluss 1.000 Meter. Welche Strecke hat er insgesamt zurückgelegt?

c) Ali ist auch in der 9. Klasse. Er schafft die Strecke mit dem Fahrrad in 15 Minuten. Bestimme seine Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h (Kilometern pro Stunde).

In der angepassten Version enthält die Überschrift einfache Begriffe, der Kontext wird knapper beschrieben, die Fragestellungen sind konkretisiert und die mathematischen Beziehungen transparent gemacht. Darüber hinaus sind die Anforderungen an die Lesefähigkeiten herabgesetzt. Es geht allerdings immer noch um ein Wissen und Können, das essenziell für den weiteren Bildungsweg ist und eine Voraussetzung für Entscheidungen oder Handlungen in einfachen Standardsituationen in Alltag und Beruf.

5. EIN WORT ZUM SCHLUSS

Die Beispiele zu den Leitideen verdeutlichen, dass man im Prinzip drei Aspekte von Basiskompetenzen unterscheiden kann, die unterschiedliche Funktionen für das Bewältigen von Lern- und Problemsituationen in Schule und Alltag haben.

- Grundlagen zum Verständnis zentraler mathematischer Konzepte: Auf diese können junge Menschen beim Weiterlernen und beim Verstehen mathematikhaltiger Situationen in Schule und Alltag immer wieder zurückgreifen. Grundlegende Vorstellungen sind dabei Voraussetzung für Wissensanwendung und weiteren Wissensaufbau – ein oberflächliches Beherrschen von Verfahren geht schnell wieder verloren. Brüche als Anteile zu verstehen ist etwa die Basis für das Lernen des Prozentbegriffs und die Anwendung im Alltag.
- Grundlegende Fertigkeiten in Bezug auf Faktenwissen und Routinen: Diese entlasten beim mathematischen Arbeiten, brauchen möglicherweise aber mehr Wiederholung. Zentrale Fertigkeiten sind etwa die Grundrechenverfahren mit einfachem Zahlenmaterial oder das Überschlagen von einfachen Rechnungen mit Dezimalzahlen.
- Elementare Strategien für den Umgang mit mehrschrittigen oder offenen Anforderungssituationen: Sie bilden die Basis prozessbezogener Kompetenzen (vor allem Problemlösen und Modellieren) und sind für Lernende aller Leistungsbereiche relevant (z. B. beim Lösen von Textaufgaben, beim Überschlagen im Alltag oder beim Umgang mit Maßen im Beruf).

Die Kultusministerkonferenz hat im Juli 2022 überarbeitete Bildungsstandards für den Ersten bzw. den Mittleren Schulabschluss verabschiedet. Sie sind als Regelstandards ausgelegt, die „angeben, welches Kompetenzniveau Schülerinnen und Schüler im Durchschnitt in einem Fach erreichen sollen“ (Kultusministerkonferenz 2022: 2). Es ist wichtig für Lehrer_innen, diesen allgemeinen Anspruch und die damit verbundenen Ziele zu kennen und weitestmöglich umzusetzen. Mindeststandards sollen keinesfalls ein Ersatz für Regelstandards sein. Mindeststandards können ein ergänzendes Instrument darstellen, um die eher ehrgeizigen Ziele der Regelstandards in begründeten Fällen individuell anzupassen und damit auch für die Gruppe der schwächeren Schüler_innen eine klar definierte Perspektive zu schaffen. Die Mindeststandards bei weniger günstigen Voraussetzungen der Lernenden zu erreichen, sollte der Anspruch sein, für den sich alle, nämlich Lehrer_innen, Eltern und Schüler_innen genauso wie die Bildungsadministration einsetzen müssen. Die gesellschaftliche Unterstützung dafür ist zentral und ein wichtiger Baustein der Umsetzung. ←

DIE EXPERT_INNEN DER KOMMISSION

VORSITZ:

Prof. Dr. Kristina Reiss, ehemalige Ordinaria für Didaktik der Mathematik, Technische Universität München, ehemalige Vorstandsvorsitzende des Zentrums für internationale Bildungsvergleichsstudien

MODERATION:

Burkhard Jungkamp, Staatssekretär a. D., Moderator des Netzwerks Bildung der Friedrich-Ebert-Stiftung

WEITERE MITGLIEDER:

Prof. Dr. Esther Brunner, Professorin für Mathematikdidaktik und Leiterin des Fachbereichs Mathematik an der Pädagogischen Hochschule Thurgau

Annalena Glatz, Fachleiterin Mathematik am Zentrum für schulpraktische Lehrerausbildung Recklinghausen

Prof. Dr. Gilbert Greefrath, Professor für Mathematikdidaktik mit dem Schwerpunkt Sekundarstufen an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

Christof Haering, Schulleiter des Landfermann Gymnasiums Duisburg

Prof. Dr. Timo Leuders, Professor für Mathematikdidaktik und Prorektor für Forschung, Institut für Mathematische Bildung an der Pädagogischen Hochschule Freiburg

Sven Wagner, Fachleiter Mathematik an der Stadtteilschule Wilhelmsburg

LITERATURVERZEICHNIS

Blum, W.; Roppelt, A.; Müller, M. 2019: Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik, in: Stanat, P.; Schipolowski, S.; Mahler, N.; Weirich, S.; Henschel, M. & S. (Hrsg.): IQB Bildungstrend 2018: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich, Münster, S. 60–71.

Bourdieu, P. 2015: Die verborgenen Mechanismen der Macht, Hamburg.

Common Core State Standards Initiative (CCSSI) 2010: Common Core State Standards for Mathematics, *https://learning.ccsso.org/wp-content/uploads/2022/11/ADA-Compliant-Math-Standards.pdf* (4.2.2023).

D-EDK 2014: Lehrplan 21: Mathematik, Bern.

Ditton, H. 2013: Kontexteffekte und Bildungsungleichheit: Mechanismen und Erklärungsmuster, in: Becker, R.; Schulze, A. (Hrsg.): Bildungskontexte: Strukturelle Voraussetzungen und Ursachen ungleicher Bildungschancen, Wiesbaden, S. 173–206.

Ditton, H.; Krüsken, J. 2013: Denn wer hat, dem wird gegeben werden? Eine Längsschnittstudie zur Entwicklung schulischer Leistungen und den Effekten der sozialen Herkunft in der Grundschulzeit, *https://doi.org/10.25656/01:4555* (4.2.2023).

Dröse, J.; Prediger, S. 2020: Enhancing Fifth Graders' Awareness of Syntactic Features in Mathematical Word Problems: A Design Research Study on the Variation Principle, in: Journal für Mathematik-Didaktik 41 (2), s. 391–422, *https://doi.org/10.1007/s13138-019-00153-z* (4.2.2023).

Drueke-Noe, C.; Möller, G.; Pallack, A.; Schmidt, S.; Schmidt, U.; Sommer, N.; Wynands, A. 2011: Basiskompetenzen Mathematik, Berlin.

Duarte, J.; Gogolin, I.; Kaiser, G. 2011: Sprachlich bedingte Schwierigkeiten von mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern bei Textaufgaben, in: Prediger, S.; Özdil, E. (Hrsg.): Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland, in: Mehrsprachigkeit 32, Münster, S. 3–53.

Ennemoser, M.; Krajewski, K.; Schmidt, S. 2011: Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5–9, in: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 43 (4), S. 228–242.

Feng, X.; Wang, J.-L.; Rost, D. H. 2018: Akademische Selbstkonzepte und akademische Selbstwirksamkeiten: Interdependenzen und Beziehungen zu schulischen Leistungen, in: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 32 (1–2), S. 23–38, *https://doi org/10.1024/1010-0652/a000218* (4.2.2023).

Gal, I. 2002: Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities, in: International Statistical Review 70 (1), S. 1–25.

Hasselhorn, M.; Grube, D. 2006: Gedächtnisentwicklung (Grundlagen), in: Schneider, W.; Sodian, B.; (Hrsg.): Enzyklopädie der Psychologie (Themenbereich C: Theorie und Forschung): Bd. 2: Kognitive Entwicklungen, Göttingen, S. 271–325.

Hein, K. 2021: Logische Strukturen beim Beweisen und ihre Verbalisierung: Eine sprachintegrative Entwicklungsforschungsstudie zum fachlichen Lernen, Wiesbaden.

Heinze, A.; Herwartz-Emden, L.; Braun, C.; Reiss, K. 2011: Die Rolle von Kenntnissen der Unterrichtssprache beim Mathematiklernen: Ergebnisse einer quantitativen Längsschnittstudie in der Grundschule, in: Prediger, S.; Özdil, E. (Hrsg.): Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland, in: Mehrsprachigkeit 32, Münster, S. 11–33.

Kölm, J.; Mahler, N. 2019: Kompetenzstufenbesetzungen im Fach Mathematik, in: Stanat, P.; Schipolowski, S.; Mahler, N.; Weirich, S.; Henschel, S. (Hrsg.): IQB-Bildungstrend, Münster, S. 157–168.

Kultusministerkonferenz (KMK) 2003: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss, Bonn.

Kultusministerkonferenz (KMK) 2004: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptabschluss (Jahrgangsstufe 9), Bonn.

Kultusministerkonferenz 2022: Bildungsstandards für das Fach Mathematik: Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA), Berlin.

Krajewski, K.; Renner, A.; Nieding, G.; Schneider, W. 2008: Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter, in: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft 10, S. 91–103.

Leiss, D.; Plath, J. 2020: „Im Mathematikunterricht muss man auch mit Sprache rechnen!“: Sprachbezogene Fachleistung und Unterrichtswahrnehmung im Rahmen mathematischer Sprachförderung, in: Journal für Mathematik-Didaktik 41 (1), S. 191–236, *https://doi.org/10.1007/s13138-020-00159-y* (4.2.2023).

Mandl, H.; Friedrich, H. F. (Hrsg.) 2006: Handbuch Lernstrategien, Göttingen.

Merton, R. K. 1968: The Matthew Effect in Science, in: Science 159 (3810), S. 56–63.

Möller, J. ; Köller, O. 2004 : Die Genese akademischer Selbstkonzepte, in: Psychologische Rundschau 55 (1), S. 19–27, *https://doi.org/10.1026/0033-3042.55.1.19* (4.2.2023).

Nationales MINT-Forum (Hrsg.) 2022: MINT-Personal an Schulen, Positionspapier der Arbeitsgruppe MINT-Personal des Nationalen MINT-Forums, Berlin.

Neubauer, A.; Stern, E. 2007: Lernen macht intelligent: Warum Begabung gefördert werden muss, München.

OECD 2013: PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, Paris.

OECD 2018: The Future Education and Skills: Education 2030, Paris, *https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf* (4.2.2023).

Pöhler, B.; Prediger, S. 2017: Verstehensförderung erfordert auch Sprachförderung: Hintergründe und Ansätze einer Unterrichtseinheit zum Prozente verstehen, erklären und berechnen, in: Fritz, A.; Schmidt, S.; Ricken, G. (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche, Weinheim, S. 436–459.

Prediger, S. 2013: Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutung und Beziehungen: Mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten, in: Becker-Mrotzek, M.; Schramm, K.; Thürmann, E.; Vollmer, H.-J. (Hrsg.): Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen, Münster, S. 167–183.

Reinhold, F. 2019: Wirksamkeit von Tablet-PCs bei der Entwicklung des Bruchzahlbegriffs aus mathematikdidaktischer und psychologischer Perspektive: Eine empirische Studie in Jahrgangsstufe 6, Wiesbaden.

Reinhold, F.; Reiss, K.; Diedrich, J.; Hofer, S.; Heinze, A. 2019: Mathematische Kompetenz in PISA 2018: Aktueller Stand und Entwicklung, in: Reiss, K.; Weis, M.; Klieme, E.; Köller, O. (Hrsg.): PISA 2018: Grundbildung im internationalen Vergleich, Münster, S. 187–210.

Schreblowki, S.; Hasselhorn, M. 2006: Selbstkontrollstrategien: Planen, Überwachen, Bewerten, in: Mandl, H.; Friedrich, H. F. (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien, Göttingen, S. 151–184.

vom Hofe, R. 2003: Grundbildung durch Grundvorstellung, in: mathematik lehren (118), S. 4–8.

Weinert, F. E. 2001: Concept of Competence: A Conceptual Clarification, in: Rychen, D. S.; Salganik, L. H. (Hrsg.): Defining and Selecting Key Competencies, Seattle, S. 45–65.

Weis, M.; Müller, K.; Mang, J.; Heine, J.-H.; Mahler, N.; Reiss, K. 2019: Soziale Herkunft, Zuwanderungshintergrund und Lesekompetenz, in: Reiss, K.; Weis, M.; Klieme, E.; Köller, O. (Hrsg.): PISA 2018: Grundbildung im internationalen Vergleich, Münster, S. 129–162.

Wessel, L. 2015: Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding: Ein Entwicklungsforschungsprojekt zum Anteilbegriff, Wiesbaden.

Besuchen Sie unseren Bildungsblog
www.fes.de/bildungsblog

Folgen Sie uns auch auf Twitter:
https://twitter.com/FESBildung

IMPRESSUM

ISBN: 978-3-98628-238-7
Februar 2023

Herausgeberin: Abteilung Analyse, Planung und Beratung
Godesberger Allee 149, 53175 Bonn

www.fes.de/apb

Für diese Publikation ist in der FES verantwortlich:
Florian Dähne

Bestellungen/Kontakt: apb-publikationen@fes.de

Satz: minus design, Berlin

Illustration Seite 1: J.Beck